

1. Винахід належить до областей техніки, де застосовуються або можуть бути застосовані поліедральні оболонки. В першу чергу до будівництва, до авіаційної та корабельної промисловості, до точного приладобудування. Може бути використаний для розробки конструкцій із змінною геометричною формою. Розглядаються тонкі пружні поліедральні оболонки постійної товщини. Серединні поверхні у цих оболонок - поліедри. В застосуваннях, в теоретичних та технічних розрахунках, оболонки задаються своїми серединними поверхнями. Поліедральні оболонки застосовуються в основному в будівництві [1,2]. Вони використовуються і в інших технічних областях при проектуванні конструкцій по скіпченко-елементному методу. Ріст значення поліедральних оболонок підкреслюється відомим прикладом з воєнної авіації: американський літак - "певидимець" - стеле V-117Л має фюзеляж пірамідальної конфігурації, що становить його технологічне достоїнство [3].

2. Головна з вимог, яку пред'являють завжди до поліедральної оболонки, як і до будь-якої оболонки - стійкість у експлуатації. Предмет нинішнього винаходу виходить на протилежні конструкції. На поліедральні оболонки, які допускають при малих навантаженнях значні і контролюємі зміни геометричної форми. У технічній практиці подібні рухомі конструкції невідомі. Як один тільки приклад, тут можна навести знайомі лише геометрам матеріальні моделі пелюсткових сфероїдів їх простих поліедрів-флексорів та жорстких відкритих правильних зірчастих пірамід. Прості - поліедри без самоперетипів. Нежорсткими називаються поліедри, що допускають неперервні згинання по О.Коші. Тобто деформації, при яких грані переміщуються як тверді пластини і змінюються лише двогранні кути між сусідніми гранями. Нагадаємо, що в загальному розумінні згинання — це ізометричне перетворення поверхні. Поняття "флексор" введено Р.Конпеллі, котрий уперше довів існування простих, допускаючих згинання поліедрів-сфероїдів, тобто гомеоморфних сфері поліедрів. Матеріальна модель флексору, оболонка постійної товщини, зветься теоретичним флексором. У технічній літературі терміну "теоретичний флексор" відповідають різні найменування: "механізм та кінематичний механізм" (рос), "механізм у собі" (фр.), "точний механізм" (англ.). Практики відносять "механізм" до явища руйнування конструкції, зовсім не інтересуючись питанням про існування самого "механізму". Бо вони використовують лише оболонки, які передбачаються їх методами стійкими в експлуатації. 11а цей час відомо всього три коннеллівського типу поліедра-флексора.

Вони були знайдені у 1978 р., автори - Р.Коинеллі (18 вершин), Н.Кейіер і П.Делінь (11 вершин), К.Стефен (9 вершин) [3]. З досвіду відомо, що поліедральні оболонки, побудовані на базі цих флексорів, тобто теоретичні флексори, допускають великі, вільні, без видимих спотворень матеріалу деформації у класі поліедрів. Вільні, еквівалентно - при малих навантаженнях. Це неперервні, однозначні та оборотні перетворення оболонок, досить точно відтворюючи згинання серединної поверхні. Конкретно названі якості перетворень виявляються у наступному. При незначному навантаженні оболонка неперервно деформується з амплітудою деформації, порівнюємою з габаритними розмірами. Грані оболонки, обертаючись навколо ребер, переміщуються практично як тверді пластини. Напруження у оболонці, що виникають від прикладених зусиль, розвантажуються в малих околах ребер, реально стабілізуючи усю систему ребер оболонки. Оболонку, котра володіє переліченими якостями, будемо називати геометрично згинаємою у класі поліедрів. Це визначення будемо відносити як до замкнених, так і до відкритих оболонок, або панелей, з урахуванням граничних умов деформуємі, а також до оболонок з жорсткими - що принципово нове і важливе — серединними поверхнями.

Як вже відзначалося, геометрична згинаємість теоретичних флексорів відома з досвіду, є причина - пелюстковість серединного поліедру оболонки. Оболонки з жорсткими серединними поверхнями, що являються геометрично згинаєміми, винайдені автором нещодавно [5,6,7], первісно на моделях окремих поліедрів, правильних зірчастих пірамід. Їх природно називати модельними флексорами. На підставі названих робіт автором було оформлено Патент на винахід-пристрій. Відповідні Формула та Опис опубліковані в Бюл. №3 2003 р. від 17.03 Держпатенту інтелектуальної власності України під назвою "Модельний ідеальний флексор". Термін "ідеальний" у назві винаходу підкреслює вид втрати стійкості оболонкою. І саме, передбачену ще Л.Ейлером, розглядаємо у літературі як ідеалізовану втрату стійкості "у малому" [8]. Цей пристрій не має аналогів, бо технічний результат, що їм досягається, засновується на відкритому автором новому і нежданому для механіки деформацій оболонок з жорсткими серединними поверхнями явищі нежорсткості — м'якої або затягнутої втрати стійкості. Нежданому, бо в механіці ще до цього часу додержуються необґрунтованого принципу жорсткості: оболонка з жорсткою серединною поверхнею буде стійкою у експлуатації [1,2]. Цей пристрій, як єдиний аналог, і приймається за прототип заявляемого винаходу. Щоб безпосередньо порівнювати суттєві ознаки обох винаходів, наведемо Формулу прототипу.

"Модельний ідеальний флексор, що є правильною зірчастою пірамідою або збудованою на базі піраміди із збереженням у плані її варіантів симетрії та опуклості пелюсток зірчастою шатровою поліедральною панеллю з тонких пружних граней з шарнірними з'єднаннями, що має плаский край, до якого прилягають бічні грані у формі трикутників або прямокутників, та центральний елемент - вузол, ребро або грань, до якого також прилягають бічні грані, і що має у кожному трикутнику із проекції бічних граней серединного поліедра на площину краю прилеглими до краю внутрішній та зовнішній подвоєні кути, рівні відповідно $\pi/2-\alpha$ та $\pi/2+\alpha$, де α менший $\pi/2$ є третій кут трикутника, чим забезпечується однозначна, неперервна та вільна його деформусмість у класі поліедральних панелей, при пласкому шарнірному сковзанні краю, за рахунок нежорсткої- м'якої або затягнутої-втрати стійкості, до того ж розміри у плані та стріла підйому флексора є його генеральними, заданими незалежно, просторовими параметрами".

Порівнюємі пристрої — прототип і заявлений — відрізняються тільки однією істотною ознакою, значеннями кутів α . У Формулі прототипу маємо як недолік обмеження у вигляді $\alpha=\pi/n$, де n ціле. Тому що виходимо од правильної піраміди. У новій Формулі нема такого обмеження: $0<\alpha<\pi/2$, за винятком $\pi/4$, $\pi/3$ та $\pi/6$. Всі інші ознаки пристроїв, включно до мети винаходу та фізичної причини вільної деформуємі оболонок, практично співпадають. Достатньо розглянути наближаючи математичні згинання серединних поверхонь напівпелюстків відповідних зірчастих пірамід. Тут ми додержуємося принципу ізометрії, сформульованому в загальному вигляді Л. В. Погореловим: деформація навантаженої оболонки цілком визначається належним згинанням її серединної поверхні [9].

А ці згинання описуються спільними формулами, наведеними вперше у роботі [10]. Геометрично вони винайдені не з математики, а на підставі якісних положень із експериментальної механіки про загальний характер втрати стійкості оболонкою, викладених Л.С.Вольміром в монографії [11]. Цей факт детально представлено в пленарній доповіді автора на міжнародній геометричній конференції [12]. Для прототипу належні згинання серединних поверхонь були винайдені спочатку для окремих типів правильних пірамід. Зауважимо, що у заявленій Формулі як нова істотна ознака неявно закладена і певна можливість визначення технічних допусків при технічній реалізації пристрою, чого бракує Формулі прототипу. Зауважимо ще: із елементів правильних пірамід - пелюстків чи напівпелюстків - будуються і більш складні поліедральні панелі, що с модельними флексорами. Ця можливість для прототипу розповсюджується, як зразок звичайного проектування, і на заявлений винахід. Таким чином, приходимо до висновку, що нова Формула більш змістовна. Мова Формула принципово відрізняється від Формули прототипу тільки однією суттєвою, кутовою ознакою і визначає новий клас модельних ідеальних флексорів.

3. У основу винаходу поставлено задачу створення нової серії модельних флексорів, технологічно елементарних оболонок, з метою раціонального їх застосування для проектування конструкцій з неперервно, вільно та контролюємо змінюємою геометричною формою. Задача вирішується побудовою спеціальної поліедральної панелі чотирикутної зірчастої піраміди, складеної із тонких пружних граней і шарнірними з'єднаннями, що має дві перетинаючі пелюстки площини симетрії. Геометрично наведеними якостями спеціальна піраміда цілком визначається. Зауважимо, і до у техніці добре відомі різні види шарнірів [13]: звичайний циліндричний шарнір, що зветься кінематичною парою, або цілий кінематичний ланцюг із циліндричних шарнірів; шарнір складки, вузька смуга матеріалу оболонки; шарнір-підшипник або універсальний гумовометалевий шарнір, що замінюють циліндричні шарніри; тощо. Які шарніри потребує в промисловій реалізації той чи інший модельний флексор, буде вирішувати після детального експериментального та теоретичного аналізу інженер.

На Фіг. 1 показано у плані серединний поліедр заявленого пристрою, спеціальної чотирикутної зірчастої піраміди, у формі чотирикутної зірки. Центральним елементом поліедра є позначена жирною крапкою вершина піраміди Л. Зірка симетрична відносно взаємно ортогональних прямих, що водночас є лініями симетрії її пелюстків. Таким чином, кожний пелюсток зірки складається з двох рівних трикутників, суміжних по його діагоналі, проекції опуклого похилого ребра піраміди. Сусідні пелюстки розділені між собою проекціями вгнутих, похилих ребер. Кожний з трикутників пелюстків має прилеглими до контура зірки внутрішній та зовнішній подвоєні кути, рівні відповідно $\pi/2 - \alpha$ та $\pi/2 + \alpha$, де α є третім кутом трикутника. Цей факт чисельно позначено у плані на прикладі одного пелюстка. Належні треті кути трикутників зірки позначені символами β та γ . В загальному випадку ці треті кути обираються із інтервалу $(0, \pi/2)$, за винятком $\pi/4$, $\pi/3$ та $\pi/6$, задовольняючи лише природній для розглядаємої піраміди умові $\beta + \gamma = \pi/2$.

Па Фіг. 2 показано план серединної поверхні складної панелі-прототипу, отриманої із модельного флексора - правильної трикутної зірчастої піраміди. Ця досягалася заміною кожної з двох граней сусідніх пелюстків серединної поверхні-піраміди двома новими рівнобедреними у плані трикутними гранями, напівпелюстками шестикутних зірчастих пірамід, та вставкою уподовж площини симетрії піраміди двох нових граней прямокутників. Прямокутники та нові трикутники виділено в зображенні жирними лініями. Центральний елемент піраміди - ребро АВ. Символами β та γ позначено відповідні "треті" кути трикутників зірки у плані піраміди. Природно, ці кути у градусах задовольняють рівності $\beta = 60^\circ = \gamma$. Символами a , b , c позначено сторони граней трикутної піраміди, символами g , g , s , f позначено сторони граней шестикутних пірамід. Виходячи із Формули заявленого пристрою, ми можемо звичайним проектуванням істотно варіювати конфігурацію розглядаємої панелі. А саме, замінюючи у панелі напівпелюстки трикутної піраміди напівпелюстками чотирикутних елементарних флексорів. фдина умова, котру тут треба буде виконувати — задовольняти наступну рівність для "третіх" кутів відповідних у плані трикутників: $\beta + \gamma = 120^\circ$; наприклад, $\beta = 65^\circ$ і $\gamma = 55^\circ$. Тим самим за допомогою заявленого Пристрою на базі прототипу будується ціле однопараметричне сімейство нових складних модельних флексорів.

Па Фіг. 3 показано план серединної поверхні складної чотирикутної зірчастої піраміди, модельного флексора, який має дві площини симетрії, котрі не перетинають пелюстки. Напівпелюстками піраміди є напівпелюстки чотирикутних зірчастих пірамід, модельних елементарних флексорів. 11а малюнку позначені ребра серединного поліедра та "треті" кути β і γ відповідних трикутників його чотирикутної зірки у плані. Двом лініям симетрії зірки належать проекції вгнутих ребер поліедра, центральний елемент поліедра - вершина А. Для "третіх" кутів β і γ виконується рівність $\beta + \gamma = \pi/2$.

Па Фіг. 4 показано план серединної поверхні панелі, модельного флексора, отриманого із попередньої піраміди вставками уподовж площин симетрії похилих граєй-прямокутників та центрального елемента - грані-прямокутника ABCD, паралельної площині краю піраміди. Вставки виділені жирними лініями. Розмір центрального елемента визначається вибором розмірів s та f відповідних сторін прямокутників.

4. Суть винаходу полягає у створенні елементарної рухомої конструкції, в якій реалізується уже згаданий аксіоматичний принцип геометричної теорії стійкості тонких пружних оболонок А.В. Погорєлова [9]: деформаційні якості технічної конструкції цілком визначаються характером відповідних згинань її серединної поверхні. Потрібною конструкцією виявляється поліедральна панель — чотирикутна зірчаста піраміда з представленим на Фіг. 1 у п. 3 серединним поліедром. Похідні оболонки від елементів таких пірамід, збудовані на базі їх пелюстків і напівпелюстків, складні модельні флексори з плоскими краями, показані у планах серединних поверхонь в тому ж п. 3 на Фігурах 2,3,4. Серединний поліедр піраміди, як і поліедр похідної панелі, не допускає згинань по О.Коші при сковзанні краю в площині, що витікає із результатів роботи [5]. В цих же умовах цей поліедр, як і поліедр похідної моделі, неперервно згинається з переламуванням граней поблизу центрального елемента та вгнутих ребер либонь поблизу краю. Як приклад, на Фіг. 1 пунктиром позначено рухому лінію зламу граней одного пелюстка. Подібна деформація поліедру має в геометрії відоме найменування - лінійне згинання [5]. Згинання контролюється двома параметрами: фазою, або узагальненим відхиленням нових утворених вершин від старих вершин поліедру, та амплітудою, або стрілою прогину поліедру. Фазу відмічає знак, "мінус" показує наявність па згипаємому поліедрі самоперетипів. На вихідному етапі згинання фаза пропорційна квадрату амплітуди. По

класифікації, прийнятій в аналітичній теорії динамічних систем, таке згинання поліедру є пежорстка, конкретно м'яка або затягнена, втрата стійкості; див монографію В.І. Арнольда [14]. Описана деформація забезпечується співвідношеннями кутів, передбаченими для трикутників в зірчастому плані середнього поліедру піраміди. Варіант втрати стійкості серединного поліедру - м'яка чи затягнена - та характер зламу ребер визначаються вибором його габаритних, управляючих параметрів та уточнюються фізичним експериментом.

5. Технічний результат.

При незначному поперечному навантаженні та сковзанні краю у площині спеціальна зірчаста чотирикутна оболонка-піраміда, елементарний модельний флексор, пежорстко втрачає стійкість та в момент біфуркації переходить в суміжне, нескінченно близьке до початкового рівноважне становище. Ці факти свідчать, що у відповідність до статичного критерію Л.Нійлера панель являє собою ідеальну оболонку, яка припускає втрату стійкості "у малому". При закритичній деформації панелі з повільним збуренням фази амплітуда встигає швидко зрости, в результаті істотно змінюється просторова конфігурація панелі, відбувається її геометричне згинання у класі панелей-поліедрів. Даний результат ініціює безпосереднє використання елементів Пристрою - пелюстків та напівпелюстків - для створення нових модельних флексорів, зокрема нового типу мембран у проектуванні аналога зварного металевих сільфопів, сільфона як з симетричним, так і з несиметричним профілем гофрів [15, 16]. Флексорність панелей, відповідаючих Фігурам 3,4,5, виявляється в тих же фізичних умовах та характеристиках, що і для модельного елементарного флексора.

Шарнірний сільфон.

Розглянемо замкнену поліедральну оболонку з шарнірними з'єднаннями граней, симетричну відносно певної площини, елементи симетрії якої - панелі, рівні кожна панелі, зображеній у плані на Фігурі 4. Вилучимо у складових панелей центральні елементи. Здобута таким чином оболонка являє собою не що інше, як трубчатий сільфон S3 одним гофром, своєрідний аналог зварного сільфона. Приєднуючи шарнірами по краям сільфона S відповідні кільцеві фланці, будемо мати пристрій, котрий можна промислово використовувати як новий лінійний компенсатор — компенсатор теплової напруги в технологічних трубопроводах [15]. Збираючи шарнірними з'єднаннями пакети із сільфопів, тотожних сільфопу S, будемо мати загальні трубчаті гофровані оболонки з довільним числом гофрів. Їх природно називати шарнірними сільфопами. Вочевидь, шарнірні сільфони можна використовувати в якості чутливих елементів у точних приладах, що діють по принципу силової компенсації [16]. Можна чекати, що по своїм технічним характеристикам шарнірні сільфони щонайменше зрівнюються із зварними. Вони стійкі щодо згинання осі, в них виключені контакти поверхонь гофрів, вони також переважають зварні значно спрощеним способом виготовлення і досконалим методом математичного та комп'ютерного обчислення. Наведемо другий безумовно важливий приклад промислового використання панелі, зображене у плані на Фіг.4. Це проектування нового типу технічних амортизаторів. Тут відчутний ефект досягається за рахунок вибору для панелі належних пружних шарнірів для з'єднань граней.

Технічна реалізація сільфопу S.

Матеріал: аустенітні чи мартенситні нержавіючі сталі, сплави на основі хрому чи нікеля, титанові сплави; наприклад, сталь 4X13, сплави EI702 або 36ХТЮ [16]; типи шарнірів уточнюють експериментально. Геометричні розміри, в мм: сільфон S має в плані не традиційну обертову симетрію, а симетрію відносно двох прямих; $\alpha=87^\circ$, $b=36$, $c=100$, $r=61.3$, $g=56$, значення s і f обираються відповідно технічному завданню, довжина сільфопу S уподовж осі дорівнює 50; відхилення від істинних розмірів не перевершує 0.1 мм. Теоретичний вільний прогин сільфопу (робочий хід, [116, стор.98,129]) при розтязі-стисненні незначними навантаженнями уподовж осі - майже чверть його довжини. Цей результат фактично підтверджується на моделі із якісного картону, тих же розмірів, з товщиною граней 0.25 мм. Є підстави сподіватися, що у сільфопу S, виготовленого із конструкційного матеріалу, робочий хід буде порядку 10 мм.

Додаток.

Феномен модельного флексора відкриває нове явище у механіці закритичних великих деформацій твердих тіл. Це безпосередньо перевіряється на моделях з доступних, широко вживаних матеріалів — картону, фотопружної пластмаси, листового іоліефірного майлару. Наведемо, для перевірки у практиці звичайного моделювання, параметри в мм характерної замкненої оболонки-планера, що komponується із двох екземплярів панелі, без вставок-прямокутників, показаної в п. 3 на Фігурі 2: $a=87^\circ$, $b=36$, $c=100$, $r=61.3$, $g=56$, $s=40$, $f=32.3$. Оболонка з картону, виготовлена автором по даним параметрам, витримала сотні циклів згинань і знаходиться в задовільному стані ще з 1997 року.

Література

1. Janos Baracs, Henry Stapo, Ivo Rosenberg et Walter Whiteley. Mathematiques et architecture. "La topologie structurale", №№41-42 - Montreal, 1978.
2. Современные пространственные конструкции: Справочник. Под ред. Ю.Л.Дыховичного и Э.З.Жуковского. — Москва: "Высш. пік.", 1991.
3. Современные боевые самолеты: Справ. пособие. Авт.-сост. П.И.Рябинкин. — Минск: "Элайда", 1997, (В мире техники).
4. И.Х.Сабитов. Локальная теория изгибаний поверхностей. "Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики, т.48". Москва, ВИНТИ, 1989.
5. Л.Д.Милка. Изгибания поверхностей, бифуркации динамических систем и устойчивость оболочек. Междупар. копф. "Дискр. геометрия и ее прилож.". Тез. докл., Москва, янв. 2001.
6. A.D.Milka. The Star-like Pyramids of Alexandrov and S.M.Vladimirova. Siberian Adv. Math., v.12 №2, p.56-72, 2002, New York, USA.
7. A.D.Milka. Bending of Surfaces, Bifurcation, Dynamical Systems and Stability of Shells. International Congress of Mathematicians. Abstracts. Aug. 2002, Beijing, China.
8. Э.И.Григорюк, В.В.Кабанов. Устойчивость оболочек. Москва, "Наука", 1978.
9. А.В.Погорелов. Изгибания поверхностей и устойчивость оболочек. Киев, "Наукова думка", 1998.
10. A.D.Milka. Linear bending of star-like pyramids. C R. Mecanique 331 (2003) 805-810, Paris, France.

11. А.С.Вольмір. Устойчивость упругих систем. Москва, "Физматгиз", 1963.
12. Л.Д.Милка. Геометрия изгибаний звездчатых оболочек-бипирамид. Междунар. конф. "Геометрия в Одессе-2004. /Дифференциальная геометрия и ее применения.". Тез. докл., Одесса, май, 2004.
13. Механизмы: Справочник. Под ред. С.П.Кожевникова. - Москва: "Машиностроение", 1976.
14. В.И. Арнольд. Теория катастроф. Москва, "Паука", 1990.
15. М.И. Севостьянов. Технологические трубопроводы нефтеперерабатывающих и нефтехимических заводов. Москва, "Химия", 1972.
16. Л.П. Андреева и др. Сильфоны. Расчет и проектирование. Москва, "Машиностроение", 1975.